

I. Pythagorova věta, Euklidovy věty, obsahy a obvody rovinných obrazců

1. Stanovte délky stran a výšku pravoúhlého trojúhelníka ABC je-li dáno: a) $c=29, c_a=15$. [20,86; 20,15; 14,49]
 b) $a=6, c_a=3,6$. [10; 8; 4,8]
 c) $c=3, c_a=2$ [$\sqrt{6}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{2}$]
 d) $c_a=1,5, c_b=2,6$ [2,48; 3,27; 1,97]
2. Vypočítejte velikost tětiny kružnice o poloměru 17 cm, víte-li, že tětina rozděluje průměr k ní kolmý v poměru 1:16. [16 cm]
3. Určete obsah obdélníka, jehož délka $a = 84$ cm, má-li jeho úhlopříčka délku o 72 cm větší než je jeho šířka. [1092]
4. V trojúhelníku ABC je $b=97$ cm, $c=120$ cm a $v_a=72$ cm. Určete jeho obsah. [5796 cm²]
5. V obdélníku $ABCD$ je $AB=3$ cm, $BC=2$ cm. Sestrojte čtverec, jehož obsah se rovná obdélníku $ABCD$.
6. Dvě rovné silnice se protínají v pravém úhlu. Na jedné z nich ve vzdálenosti 400 m od křižovatky vychází přímá pěšina (zkratka) k druhé silnici. Nejkratší vzdálenost pěšiny od křižovatky je 350 m. Určete místo, kde navazuje pěšina na druhou silnici a jak je dlouhá. [722,96 m; 826,24 m]
7. Dva obvodové úhly, k nimž příslušné oblouky vyplňují celou kružnici, jsou v poměru 3:5. Vypočítejte jejich velikosti. [67,5°; 112,5°]
8. Určete úhly trojúhelníka, který dostanete, spojíte-li na hodinách číslice 2, 6, 9. [45°; 60°; 75°]
9. Dokažte, že spojnice číslic 1, 4, a 2, 9 na hodinkách jsou k sobě kolmé.
10. Dokažte, že spojnice bodů, které vyznačují na ciferníku 2 a 5, je kolmá na spojnici bodů 3 a 10.
11. Určete úhly α, β, γ trojúhelníka, jestliže jeho vrcholy dělí opsanou kružnici na oblouky v poměru 11:12:13. [55°; 60°; 65°]
12. Strany obdélníka $ABCD$ jsou v poměru 4:3. Obvod obdélníku je číselně roven 56 % obsahu pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníku o odvěsně délky 10 cm. Vypočítejte délku úhlopříčky obdélníku $ABCD$. [10 cm]
13. V pravoúhlém trojúhelníku ABC má nejdelší strana délku 13cm, nejkratší strana délku 5 cm. Jaký je obvod trojúhelníku? [30 cm]
14. Do půlkruhu je vepsán kruh. Urči kolik procent zaujímá kruh vepsaný půlkruhu. [50 %]
15. Z dřevěné desky tvaru lichoběžníku se základnami 0,8 m a 65 cm a výšce 50 cm byla odříznuta část tvaru pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami o velikostech 5 dm a 250 mm.
 a) Jaký obsah má zbývající část desky? [3000 cm²]
 b) Kolik procent činí tento zbytek z obsahu původní desky? [82,8 %]

II. Goniometrie pravoúhlého trojúhelníka

1) Řešte pravoúhlý trojúhelník, je-li dáno:

- | | | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $c=300, \alpha = 36^\circ 52'$ | d) $S=17, a=5,4$ | g) $b=6,2, c=8,3$ | j) $b=6,3, \alpha = 71^\circ 55'$ |
| b) $a=401, \beta = 52^\circ 42'$ | e) $a=18,5, \alpha = 42^\circ 24'$ | h) $c=39$ cm a výška $v_c=18$ cm | k) $a=1,95, b=4,25$ |
| c) $a=135, c=205$ | f) $c=24,3, \beta = 53^\circ 47'$ | i) $v_c=5, \alpha = 48^\circ 15'$ | |
- 2) V jakém úhlu dopadají sluneční paprsky, je-li stín 1,75 m vysokého člověka 10 m dlouhý?
 - 3) Obě strany náspu 2 m vysokého, nahoře 0,9 m širokého, jsou k horizontální rovině nakloněny v úhlu 39°. Jak široký je násep dole?
 - 4) Na břehu řeky je zaměřena vzdálenost $AB=20$ m kolmá na směr AC . Z bodu B je vidět bod C na protějším břehu pod úhlem 65°. Jak široká je řeka v místech A, C ?
 - 5) Dvě přímé ulice se křížují v místě K v úhlu $\alpha = 51^\circ$. Místo A na jedné z těchto ulic, vzdálené od křižovatky K 1625 m, má být spojeno nejkratší cestou s druhou ulicí. Jak dlouhá bude tato spojka?
 - 6) Nad okolní vodorovnou krajinou má být vybudován násep do výšky $v=7,5$ m. Šířka horní části náspu $c=2,9$ m, úhel sklonu svahu má mít velikost $\beta=35^\circ$. Jaká bude šířka dolní části náspu?
 - 7) Je dána kružnice poloměru 10 a její tětina, která má velikost 12. Vypočítejte středový úhel, který přísluší této tětivě.
 - 8) V kosočtverci $ABCD$ je $AB=9$ cm úhel $BAC=36^\circ$. Vypočítejte poloměr kružnice, která je tomuto kosočtverci vepsaná.
 - 9) Lanovka má přímou trať délky 435 m a stoupá pod úhlem 40°. Jaký je výškový rozdíl mezi dolní a horní stanicí?
 - 10) Velikost úhlu sklonu elektrického vedení na svahu je 17°. Paty dvou sousedních stejně vysokých stožárů mají výškový rozdíl 16,4 m. Jak dlouhé jsou vodiče spojující sousední stožáry, je-li jejich skutečná délka 1% větší než skutečná vzdálenost vrcholů stožárů?
 - 11) Z tyče kruhového průřezu o poloměru 35 mm má být vyfrézována tyč, jejímž průřezem je pravidelný osmiúhelník. Vypočítejte délku strany tohoto osmiúhelníka a vzdálenost jeho protilehlých stran.
 - 12) Vypočítejte obsah kruhové úseče, jsou-li z veličin r, α (stř. úh.), t (tětina), v (výška úseče) dány dvě:
 a) $r=18, \alpha = 63^\circ 17'$ b) $r=6, t=10$.
 - 13) Jak velký je plošný obsah dvojité obdélníkové střechy, je-li dům 15 m dlouhý a 12,6 m široký a svírají-li obě poloviny úhel 105°?

III. Konstrukce trojúhelníků

IV. Shodná zobrazení

- 1) Sestrojte pravidelný šestiúhelník. Délka jeho strany je $\sqrt{7}$ cm. Narýsujte jeho obraz v :
 - a) osové souměrnosti, kde osa $o = BD$
 - b) středové souměrnosti, kde střed $S = D$
 - c) posunutí, které je dáno orientovanou úsečkou \vec{SF} (S je střed pravidelného šestiúhelníku)
 - d) otočení, kde střed otočení je střed strany BC a úhel otočení je $+60^\circ$.
- 2) Do čtverce $ABCD$ vepište rovnostranný trojúhelník AYZ tak, aby $Y \in BC, Z \in CD$. (využijte osovou s.)
- 3) Sestrojte (bez použití úhlooměru) rovnoramenný trojúhelník ABC (AB je základna), je-li $|AB| = 6$ cm, $\gamma = 105^\circ$ (využijte osovou s.)
- 4) Je dán trojúhelník ABC a jeho vnitřní bod M . Sestrojte všechny úsečky XY se středem M a s krajními body X, Y na hranici trojúhelníku. (využijte středovou s.)
- 5) Jsou dány dvě kružnice k_1, k_2 , které se protínají ve dvou bodech Q a R .
 - a) Bodem Q ved'te přímkou, která vytíná na obou kružnicích tětivy stejné délky. (užijte $S(Q)$)
 - b) Sestrojte trojúhelník RST tak, aby $S \in k_1, T \in k_2$ a bod Q byl středem strany ST . (užijte $S(Q)$)
- 6) Jsou dány dvě různoběžky a, b a úsečka MN . Sestrojte čtverec $ABCD$, pro který platí $A \in a, B \in b$, $AB \parallel MN, |AB| = |MN|$ (užijte $T(\vec{MN})$)
- 7) Do daného rovnoběžníku $KLMN$ vepište čtverec $ABCD$ tak, aby $A \in KL, B \in LM, C \in MN, D \in KN$.
(užijte $R\left(S, \pm \frac{1}{2}\pi\right)$, kde S je střed rovnoběžníku)
- 8) Jsou dány tři různé rovnoběžky a, b, c a bod $C \in c$. Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky ABC tak, aby $A \in a, B \in b$. (užijte $R(C, \pm 60^\circ)$),